



基于椭圆球面波信号的连续相位调制及其频谱性能分析

杨大伟^{1,2}, 刘传辉¹, 康家方¹

(1. 海军航空大学, 山东 烟台 264001; 2. 91439 部队, 辽宁 大连 116041)

摘要: 椭圆球面波信号 (PSWF) 是时频域最佳能量聚集性信号, 探索性地将 PSWF 信号应用于连续相位调制 (CPM) 技术, 对基于椭圆球面波信号的 CPM 调制信号产生过程进行了描述; 给出了采用自相关函数法对基于 PSWF 的 CPM 调制信号功率谱密度计算方法; 结合数值计算、分析对比了最小频移键控、正弦频移键控、高斯最小频移键控以及基于高斯函数的 CPM 调制信号功率谱密度及其信号占用带宽等特性。数值计算结果表明椭圆球面波信号相比矩形脉冲、升余弦脉冲、高斯脉冲及 (类) 高斯脉冲作为 CPM 的基带调频信号, 可以获得频谱性能、能量聚集性较好的 CPM 信号。

关键词: 椭圆球面波; 连续相位调制; 频谱性能

中图分类号: TN914.3

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2020277

PSWF signal based continuous phase modulation and its spectrum performance analysis

YANG Dawei^{1,2}, LIU Chuanhui¹, KANG Jiafang¹

1. Naval Aviation University, Yantai 264001, China

2. Unit 91439 of the PLA, Dalian 116041, China

Abstract: Prolate spheroidal wave function (PSWF) signals are the best energy-gathering signals in the time-frequency domain, here is an exploratory application of PSWF signals to continuous phase modulation technology. Firstly, the process of generating CPM modulated signals based on PSWF signals was described. Secondly, a calculation method for the power spectral density of CPM modulated signals based on PSWF using the autocorrelation function method was given. Finally, combined with numerical calculation and analysis, the power spectral density and signal occupied bandwidth characteristics of minimum frequency shift keying, sinusoidal frequency shift keying, Gaussian filtered minimum shift keying and CPM modulation signal based on Gaussian function were compared. Numerical calculation results show that the PSWF signal can obtain CPM modulation signal with better spectral performance and energy concentration, compared with rectangular pulse, raised cosine pulse, Gaussian pulse and Gauss-like pulse as the baseband frequency modulation signal of CPM.

Key words: prolate spheroidal wave functions, continuous phase modulation, spectrum performance

1 引言

在现有通信体制中可有效利用的频谱资源十分有限,调制信号的频带利用率和功率效率是影响通信系统整体性能的重要因素。瑞典隆德大学 Aulin 等^[1-2]于 1981 年相继发表系列论文,系统阐述了连续相位调制 (continuous phase modulation, CPM) 技术,这类信号具有恒包络、较高的频带利用率和功率效率、受非线性器件影响小等特点^[3],是一种更为有效的数字相位调制方式,广泛应用于移动通信、遥感测绘、卫星通信等领域^[4-8]。现有的 CPM 信号的基带调频信号主要包括矩形脉冲、升余弦脉冲、(类)高斯型脉冲等^[9]。基于矩形脉冲的 CPM 典型信号如连续相位频移键控 (continuous phase shift keying, CPFSK)、最小频移键控 (minimum shift keying, MSK) 信号,其信号相位路径呈直线型,在码元转换点上相位连续但是存在拐点,导致其调制信号高频滚降较慢;基于升余弦脉冲的 CPM 信号如正弦频移键控 (sinusoidal frequency shift keying, SFSK) 信号,与矩形脉冲相比,它将 CPM 信号的相位路径进一步平滑,以获得高频滚降较快的已调信号;基于高斯滤波的 CPM 信号,如高斯最小频移键控 (gaussian minimum shift keying, GMSK) 信号,是先将矩形窗经过高斯滤波后,再进行调制,同时增加了“编码效应”,使得 CPM 信号频谱性能不但带外衰减更快,而且占用带宽较小^[9]。不同的基带调频信号决定了 CPM 调制信号不同的频谱性能,CPM 调制方法通过不断引入时域波形更光滑、时频能量聚集性能更优的基带调频脉冲信号,使得 CPM 调制信号相位路径的平滑程度不断改善,得以提高 CPM 调制信号频谱性能。

椭圆球面波函数 (prolate spheroidal wave functions, PSWF) 是由美国贝尔实验室 Slepian 与 Pollak 等^[10-12]提出的一类非正弦函数集合,具有最优时频能量聚集性、时间带宽积灵活可控性、

完备性、双正交性、时域奇偶对称性等优良基础特性^[13],在雷达、信号处理、光学、物理(波现象、流体动力学)等领域都有所应用^[14-17]。在相同参数条件下,相对于 CPM 调制采用的矩形脉冲、升余弦脉冲、(类)高斯型脉冲等基带调频脉冲信号,零阶椭圆球面波信号(以下简称“0 阶 PSWF”)又是 PSWF 集中最佳时频能量聚集性信号^[18]。且在多载波通信系统中,通过引入 PSWF 作为基带信号波形,替代矩形脉冲信号,能够有效提升系统性能^[13]。那么相对于 CPM 常用基带调频信号,如果将具有更优基础特性的 PSWF 信号作为 CPM 基带调频脉冲信号,引入 CPM 调制,有望进一步提高 CPM 调制信号的能量聚集性和频谱效率。

查阅文献可知,目前国内外学者,对于 CPM 技术研究主要体现在两个方面:一是研究不同基础波形对连续相位调制信号性能影响,如不同基带调频脉冲信号,结合不同调制参数,研究不同性能的 CPM 信号^[19-23];二是研究 CPM 相关联技术、与现有技术结合(如 CPM 与编码技术、扩频技术、多载波频分复用技术等相结合)以及对现有 CPM 相关技术改进等方面内容^[24-25]。从基础波形的角度对 CPM 信号的研究,将椭圆球面波信号应用于 CPM,还未见到有相关报道和研究工作,故本文探索性的将 PSWF 信号引入 CPM,对基于 PSWF 的 CPM 信号 (CPM based on PSWF, CPM-PSWF) 进行研究,并与基于矩形脉冲的最小频移键控、基于升余弦脉冲的正弦频移键控、基于高斯滤波的高斯最小频移键控以及基于高斯脉冲的 CPM 信号性能进行了对比分析。

2 CPM-PSWF 信号产生

CPM-PSWF 信号调制方法是将 PSWF 信号集中,具有最佳时频能量聚集性的 0 阶 PSWF 信号作为 CPM 的基带调频脉冲信号,对 0 阶 PSWF 信号进行积分、归一化处理(即对 0 阶 PSWF 信



号积分后的信号, 除以其最大值, 并乘以 0.5, 以保持 CPM 信号相位连续特点)、与调制参数相乘、载波相位调制等过程处理产生 CPM-PSWF 信号, 其信号产生原理如图 1 所示。

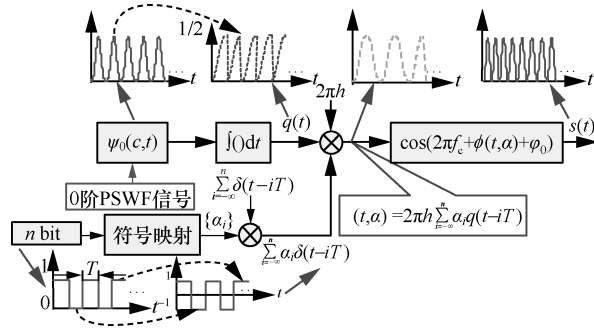


图 1 CPM-PSWF 调制信号产生原理

首先, 对输入二进制 n 比特信息数据进行符号映射, 产生双极性不归零二进制信息符号序列 a_i , 将 a_i 与冲激函数 $\delta(t)$ 相乘, 得到冲激序列 $\sum_{i=-\infty}^n \alpha_i \delta(t-iT)$; 产生 0 阶 PSWF 信号 $\psi_0(c, t)$, 作为 CPM 基带调频脉冲信号, 0 阶 PSWF 信号的积分方程表达式为:

$$\int_{-LT/2}^{LT/2} \psi_0(c, \tau) \frac{\sin \Omega(t-\tau)}{\pi(t-\tau)} d\tau = \psi_0(c, \tau) \lambda_0(c) \quad (1)$$

其中, L 为信号关联长度; $\psi_0(c, \tau)$ 是带限于 $[-\Omega, \Omega]$, 又在时域区间 $[-LT/2, LT/2]$ 上集中分布的零阶椭圆球面波函数, $c = T\Omega$ 是其时间带宽积, λ_0 是对应于 $\psi_0(c, \tau)$ 的特征值。

其次, 对 $\psi_0(c, t)$ 积分得到相位成形脉冲函数 $q(t)$, 并对 $q(t)$ 信号波形进行归一化处理 ($q(t)$ 除以其最大值后, 幅值乘以 0.5), 使其满足单调递增且最大值为 0.5; $q(t)$ 的表达式为:

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t > 0 \\ \int_0^t \psi_0(c, \tau) d\tau, & 0 \leq t \leq LT \\ 1/2, & t > LT \end{cases} \quad (2)$$

其中, 0 阶 PSWF 信号 $\psi_0(c, t)$ 和其相位成形信号 $q(t)$ 之间的关系如图 2 所示, 当 $t \geq LT$ 时, $q(t) = q(LT)$ 体现了相位连续的特点。需要说明的

是: $L=1$ 时, 为全响应信号, $L>1$ 时, 则为部分响应信号。

然后, 求取调制参数 ($2\pi h$)、信息符号序列 $\sum_{i=-\infty}^n \alpha_i \delta(t-iT)$ 与相位成形脉冲函数 $q(t)$ 的乘积, 得到载波时变相位 $\phi(t, a)$, $\phi(t, a)$ 是信息符号序列承载项, 其表达式为:

$$\phi(t, a) = 2\pi h \sum_{i=-\infty}^n \alpha_i q(t-iT), nT \leq t \leq (n+1)T \quad (3)$$

其中, h 为调制指数; a_j 为发送的信息符号序列。

最后, 对基带 $R(\tau)$ 相位信号经过载波相位调制, 从而产生带通 CPM-PSWF 调制信号 $s(t)$, $s(t)$ 的数学表达式为:

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_c t + \phi(t, \alpha) + \phi_0) \quad (4)$$

其中, E 为码元信号能量; T 为码元时间间隔; ω_c 为载波角频率, 且 $\omega_c = 2\pi f_c$, f_c 为载波中心频率; ϕ_0 为载波初始相位, $\phi(t, \alpha)$ 为携带信息的载波时变相位。且在任一符号间隔内, CPM-PSWF 信号最大的相位变化绝对值为 $h\pi$ 。

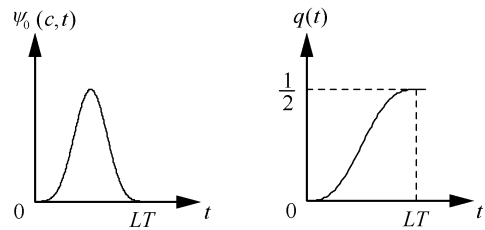


图 2 0 阶 PSWF 信号 $\psi_0(c, t)$ 及其相位成形信号 $q(t)$

3 CPM-PSWF 信号功率谱

结合现有 CPM 调制信号频谱分析方法^[26]和 PSWF 信号本身基础性质, 采用自相关函数法对 CPM-PSWF 调制信号 $s(t)$ 功率谱密度特性进行分析, 由于带通信号的功率谱密度 (power spectral density, PSD) 是等效低通信号功率谱密度的时移形式, 因此 CPM-PSWF 调制基带信号 $s'(t)$ 的自相关函数 $R(\tau)$ 的表达式为:

$$\begin{aligned}
R(\tau) &= R(\tau' + mT) \\
R(\tau) &= \frac{1}{T} \int_0^T \prod_{i=1-L}^{m+1} \left\{ \sum_{\substack{k=-1 \\ k, \text{odd}}}^1 P_k \exp(j2\pi hk \cdot \right. \\
&\quad \left. [q(t + \tau' - (i-m)T) - q(t - iT)]) \right\} = \\
&\quad \frac{1}{T} \int_0^T \prod_{i=1-L}^{m+1} \left\{ \sum_{\substack{k=-1 \\ k, \text{odd}}}^1 P_k \exp(j2\pi hk \cdot \right. \\
&\quad \left. \left[\int_0^{t+\tau'-(i-m)T} \psi_0(c, \tau) d\tau - \int_0^{t-iT} \psi_0(c, \tau) d\tau \right] \right\}
\end{aligned} \quad (5)$$

其中, P_k 为符号先验概率, $\tau = \tau' + mT$, $0 \leq \tau' < T$, $m = 0, 1, 2, \dots$, h 为调制指数, $q(t)$ 为相位成形函数, $\psi_0(c, t)$ 为零阶椭圆球面波信号。

如果令 C_α 为常数项, 且其表达式为:

$$\begin{aligned}
C_\alpha &= \sum_{k=-1}^1 P_k \exp\{(j2\pi hkq(LT))\} = \\
&\quad \sum_{k=-1}^1 P_k \exp\{(j2\pi hk \int_0^{LT} \psi_0(c, \tau) d\tau)\}
\end{aligned} \quad (6)$$

那么, CPM-PSWF 调制信号 $G_s(f) = 2\text{Re} \cdot \left\{ \int_0^{LT} R(\tau) e^{-j2\pi f_c \tau} d\tau + \frac{1}{1 - C_\alpha e^{-j2\pi f_c T}} \int_{LT}^{(L+1)T} R(\tau) e^{-j2\pi f_c \tau} d\tau \right\}$ 功率谱密度表达式为:

$$\begin{aligned}
G_s(f) &= 2\text{Re} \left\{ \int_0^{LT} R(\tau) e^{-j2\pi f_c \tau} d\tau + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{1 - C_\alpha e^{-j2\pi f_c T}} \int_{LT}^{(L+1)T} R(\tau) e^{-j2\pi f_c \tau} d\tau \right\}
\end{aligned} \quad (7)$$

其中, 第一项是 τ 在 $0 \sim LT$ 范围内 $R(\tau)$ 的傅里叶变换; 第二项是 τ 在 $LT \sim (L+1)T$ 范围内 $R(\tau)$ 的傅里叶变换。

从以上 CPM-PSWF 调制信号功率谱密度计算公式可知, 其功率谱密度计算主要包括自相关函数 $R(\tau)$ 和常数 C_α 的求解, 然而在发送信息符号序列等概率、进制数 M 、关联长度 L 一定的情况下, $R(\tau)$ 和 C_α 只与相位路径函数 $q(t)$ 、调制指数 h 有关。所以在调制参数一定条件下 (进制数、关联长度、调制指数等) 调制信号功率谱密度与相位路径 $q(t)$ 有着密切联系, 在这种情况下, 调制信号频谱特性主要受相位路径 $q(t)$ 影响, 而相位路径

$q(t)$ 则与 $\psi_0(c, t)$ 的积分式有关, 所以基带信号 $\psi_0(c, t)$ 的性质决定了 CPM-PSWF 信号的频谱特性, 这也是不同基带调频信号对 CPM 信号性能影响的本质体现。

由于 CPM 信号功率谱定量分析过程往往比较复杂, 如 MSK 信号的功率谱密度可以通过公式计算得出, 但是 SFSK 信号功率谱密度计算式为超越积分函数, 无法得到其直观表达式, 况且 GMSK 和基于高斯函数的 CPM (CPM based on GAUSS, CPM-GAUSS) 调制信号的自相关函数、功率谱密度计算过程往往也十分复杂, 它们功率谱密度的数值结果通常都是用计算机计算出来的。而椭圆球面波函数到目前还没有闭式解析解, 还无法定量分析其功率谱密度, 所以需要结合计算机数值计算, 定性分析其功率谱密度特性。

4 计算机数值计算

根据以上确定的计算 CPM-PSWF 调制信号功率谱密度方法, 对典型的 MSK、SFSK、GMSK 及 CPM-GAUSS 调制方式, 与 CPM-PSWF 调制等效低通信号功率谱密度、相对带外功率、信号占用带宽等性能进行数值计算、分析对比。分为全响应和部分响应两种情况, 其中 CPM-PSWF 与 MSK、SFSK 信号频谱分析采用全响应调制方式, CPM-PSWF 与 GMSK、CPM-GAUSS 信号频谱分析采用部分响应调制方式。

4.1 参数设置

结合 CPM 功率谱密度理论分析、计算方法, 并通过计算机模拟数值计算, 对比相同参数条件下, CPM-PSWF 调制信号与 MSK、SFSK、GMSK、CPM-GAUSS 等不同调制信号性能, 相关参数设置见表 1。

4.2 功率谱密度

MSK、SFSK 与 CPM-PSWF 调制等效低通信号的功率谱密度分别如图 3、图 4 所示, MSK 可



表 1 参数设置

名称	数值
码元周期 T	0.02 s
符号个数 n	10^4
符号进制 M	2
PSWF 时间带宽积 c	2 Hz·s、4 Hz·s、8 Hz·s
时域采样点个数 N	256
PSWF 产生方式	DPSS ^[27]

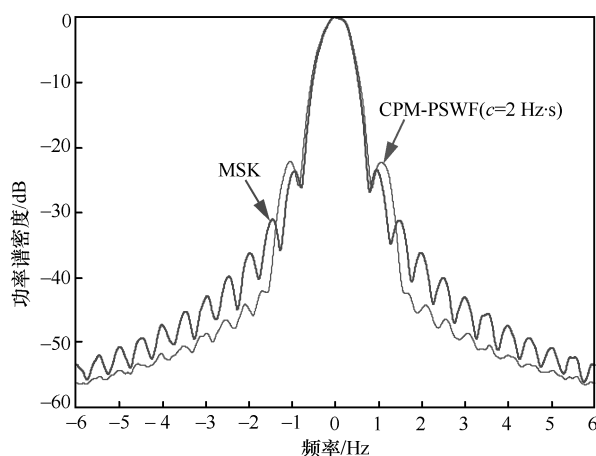


图 3 MSK 与 CPM-PSWF 的 PSD

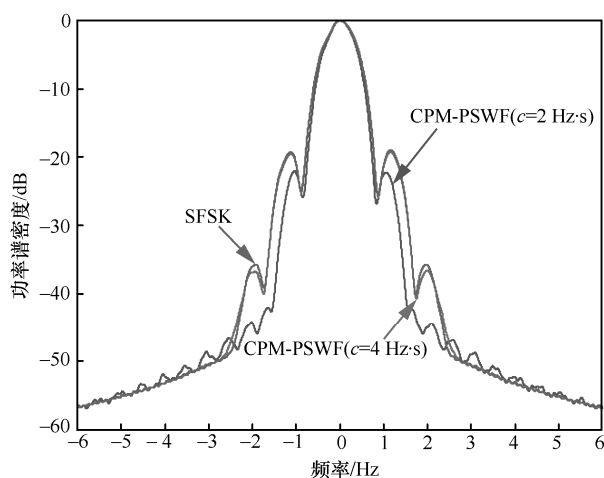


图 4 SFSK 与 CPM-PSWF 的 PSD

看作基带调频脉冲为矩形脉冲的 CPM 调制方式, 时间带宽积为 2 Hz·s; SFSK 可以看作基带调频脉冲为升余弦脉冲的 CPM 调制方式, 时间带宽积为 4 Hz·s。在相同带宽条件下, 当 0 阶 PSWF 的时间

宽积 c 为 2 Hz·s 时, CPM-PSWF 调制信号的带外高频滚降要比 MSK 更快, 其功率谱主瓣带宽几乎与 MSK 相当。当 0 阶 PSWF 时间带宽积为 4 Hz·s 时, CPM-PSWF 调制信号的带外衰减和高频滚降、功率谱主瓣带宽几乎与 SFSK 相当, 且略好于 SFSK; 但是与时间带宽积为 2 Hz·s 时的 CPM-PSWF 调制信号频谱相比, CPM-PSWF 调制信号旁瓣较低, 在 -45 dB 以上带外衰减速度要比 SFSK 更快, 且占用带宽更小。

图 5 是全响应条件下, 0 阶 PSWF 时间带宽积分别为 2 Hz·s、4 Hz·s、8 Hz·s 时, CPM-PSWF 调制等效低通信号功率谱密度。图 6 是部分响应条件下, 关联长度 $L=3$ 时, CPM-GAUSS 与 CPM-PSWF 调制等效低通信号的功率谱密度图。由图 5 可知, 随着 0 阶 PSWF 时间带宽积的增加, CPM-PSWF 调制信号功率谱带外高频滚降越快, 主瓣带宽逐渐变宽, 但是第一旁瓣的衰减趋势随着时间带宽积增大, 衰减趋于缓慢; 小时间带宽积情况下, 功率谱旁瓣衰减越快。当高斯脉冲的时间带宽积 BT 典型值分别为 0.25、0.3、0.5 时, 与 0 阶 PSWF 信号时间带宽积为 2 Hz·s、4 Hz·s 的 CPM-PSWF 调制信号相比, CPM-PSWF 信号功率谱的高频滚降和带外衰减都要比 CPM-GAUSS 信号快, 而且功率谱主瓣带宽也均小于 CPM-GAUSS 信号。

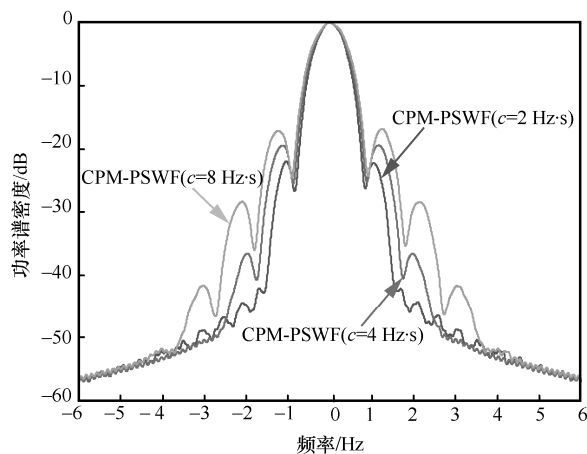


图 5 全响应不同时间带宽积 CPM-PSWF 的 PSD

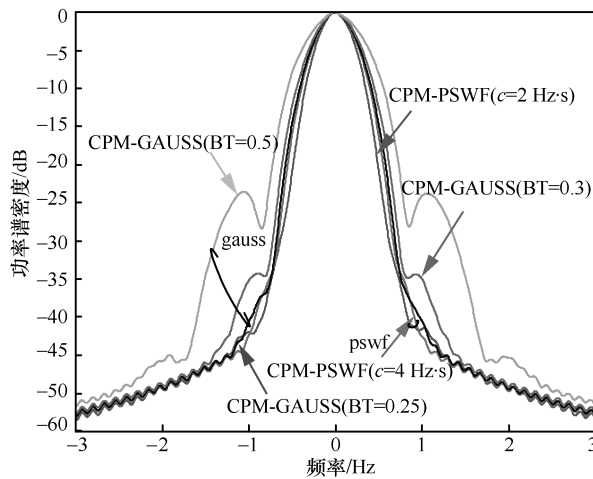


图6 CPM-GAUSS 与 CPM-PSWF 的 PSD

图 7 是部分响应条件下, 关联长度 $L=3$ 时, GMSK 与 CPM-PSWF 调制等效低通信号的功率谱密度, 图 8 是部分响应条件下, 不同时间带宽积 ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$ 、 $c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$ 、 $c=8 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 情况 CPM-PSWF 调制等效低通信号功率谱密度。当高斯脉冲的时间带宽积 BT 典型值为 0.3 (GSM 信号参数)、0.5 时的 GMSK 调制信号, 分别与 0 阶 PSWF 时间带宽积为 $2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$ 、 $4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$ 的 CPM-PSWF 调制信号相比, CPM-PSWF 信号功率谱的高频滚降和带外衰减都要比 GMSK 快, 而且功率谱主瓣带宽也均小于 GMSK。由图 8 可知, CPM-PSWF 调制信号的功率谱密度, 随着 0 阶 PSWF 时间带宽积的增加, 其频谱高频滚降越快, 带外衰减越快, 但主瓣带宽逐渐增加, 且第一旁瓣衰减逐渐减慢(时间带宽积越小, 旁瓣衰减越快)。

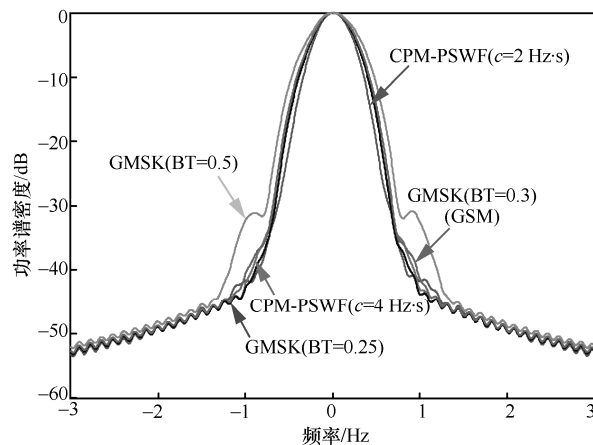


图7 GMSK 与 CPM-PSWF 的 PSD

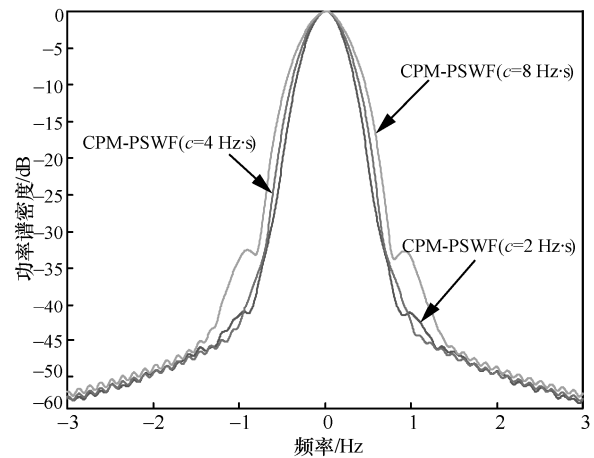


图8 部分响应不同时间带宽积 CPM-PSWF 的 PSD

4.3 相对带外功率

对于不同调制方式频谱密集程度和带宽大小, 通常用相对带外功率大小来比较, 其定义式为:

$$P_{ob}(B) = \frac{\text{总功率} - \text{带内功率}}{\text{总功率}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(f) df - \int_{-B}^B G(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} G(f) df} = 1 - \frac{\int_{-B}^B G(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} G(f) df} \quad (8)$$

其中, B 是低通等效滤波器的单边带宽, 功率谱 $G(f)$ 是归一化功率 (即能量归一化, 信号功率除以其平均功率的比值), 且总功率为单位值。通常要求带外功率比值为 0.1、0.01、0.001, 对应表示总功率的 90%、99%、99.9% 包含在频带 $(-B, B)$ 范围内。

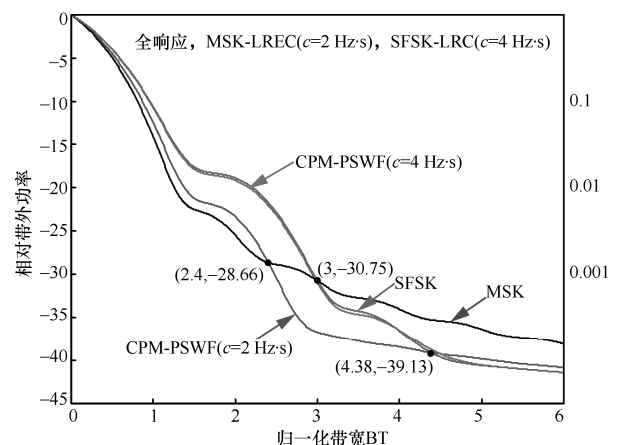


图9 CPM-PSWF 与 MSK、SFSK 相对带外功率

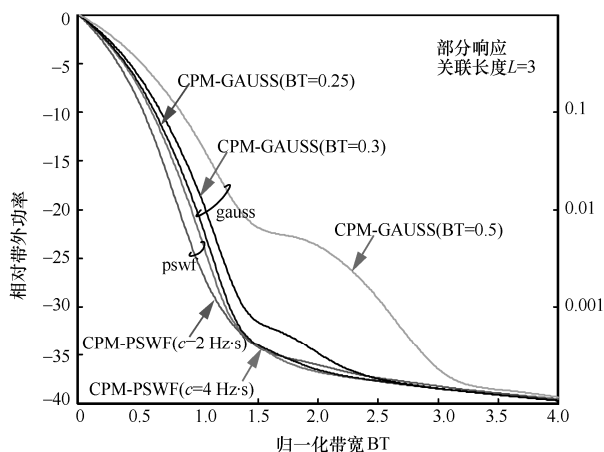


图 10 CPM-PSWF 与 CPM-GAUSS 信号相对带外功率

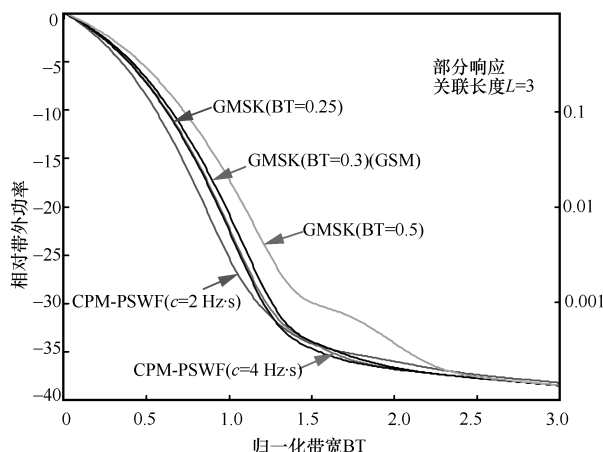


图 11 CPM-PSWF 与 GMSK 信号相对带外功率

图 9、图 10 分别是 CPM-PSWF 调制与 MSK、SFSK 调制信号、CPM-GAUSS 调制信号的相对带外功率曲线。由图 9 可知，当双边带宽大于约 2.4 Hz 时，CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号相对带外功率与 MSK、SFSK、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 相比，具有最低的相对带外功率。当双边带宽约在 0~2.4 Hz 范围内，MSK 有最小的相对带外功率，但与 CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号相对带外功率相差最多 2 dB，且随着带宽继续增加，MSK 的相对带外功率越大。CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号与 SFSK 调制信号相对带外功率相当，且略优于 SFSK。由图 10 可知，当双边带宽约为 1.5 Hz 范围内，CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号相对 CPM-GAUSS (BT=0.25)、CPM-GAUSS (BT=0.3)、CPM-GAUSS (BT=0.5)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 相比，具有最低的相对带外功率。即使双边带宽大于约 1.5 Hz 时，CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 的相对带外功率也是最低的，且与 CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 相差最多 1 dB。相同带宽条件下，CPM-PSWF 与 CPM-GAUSS 调制信号相对带外功率从低到高依次为：CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-GAUSS (BT=0.25)、CPM-GAUSS (BT=0.3)、CPM-GAUSS (BT=0.5)。当带宽趋向无穷大时，这几种调制方式的相对带外功率收敛且趋于一致。

图 11 是 CPM-PSWF 调制与 GMSK 调制信号的相对带外功率曲线。当双边带宽约为 1.2 Hz 范围内，CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号相对带外功率与 GMSK (BT=0.25)、GMSK (BT=0.3)、GMSK (BT=0.5)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 相比，具有最低的相对带外功率，且 CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 与 GMSK (BT=0.25) 调制信号相对带外功率相当，CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 与 CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号的相对带外功率均低于 GMSK (BT=0.3) 和 GMSK (BT=0.5)。即使双边带宽大于约 1.2 Hz 时，CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 与 GMSK (BT=0.25) 的相对带外功率相差不超过约 1 dB。相同带宽条件下，CPM-PSWF 与 GMSK 调制信号相对带外功率从低到高依次为：CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-GAUSS (BT=0.25)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-GAUSS (BT=0.3)、CPM-GAUSS (BT=0.5)。当带宽趋向无穷大时，CPM-PSWF 与 GMSK 调制方式的相对带外功率收敛且趋于一致。

4.4 占用带宽

图 12、图 13 分别是 CPM-PSWF 与 MSK、SFSK、CPM-GAUSS 信号功率百分比曲线。由图 12 可知，在相同功率百分比情况下，CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号要比 SFSK 调制信号占用带宽略小，而 CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号在

功率百分比为大于 98.8% 时, 比 MSK、SFSK、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号占用带宽更小, 具体不同调制方式、不同功率百分比占双边带宽数值详见表 2。在带宽大于 2.92 Hz 时, MSK 调制信号相同功率百分比占用带宽越大。由图 13 可知, CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号要比 CPM-GAUSS 调制信号占用带宽小, 而占用带宽从小到大依次为: CPM-PSWF ($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-PSWF ($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)、CPM-GAUSS (BT=0.25)、CPM-GAUSS (BT=0.3)、CPM-GAUSS (BT=0.5), 具体不同调制方式、不同百分比占用带宽数值详见表 3。

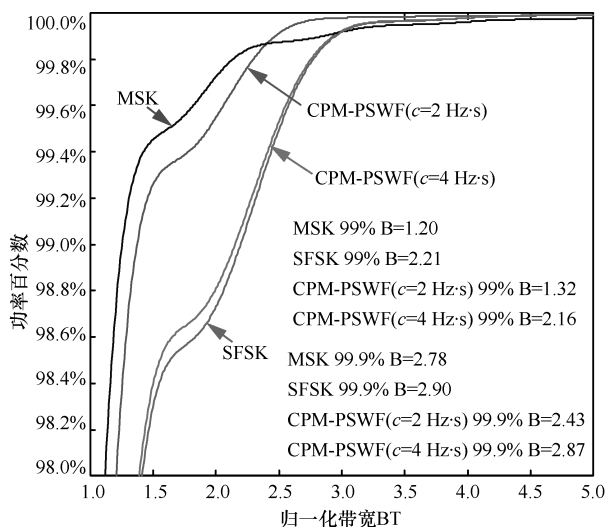


图 12 CPM-PSWF 与 MSK、SFSK 信号功率百分比

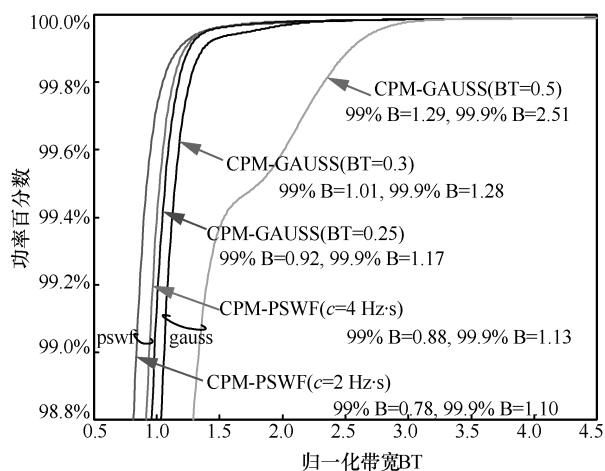


图 13 CPM-PSWF 与 CPM-GAUSS 信号功率百分比

表 2 给定功率百分比不同调制方式占用带宽

调制方式	功率占比 (带宽 2BT)		
	90%	99%	99.9%
MSK	0.78	1.20	2.78
SFSK	0.93	2.21	2.91
CPM-PSWF($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.84	1.32	2.43
CPM-PSWF($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.92	2.16	2.87
CPM-PSWF($c=8 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	1.01	2.63	4.28

表 3 给定功率百分比不同调制方式占用带宽 ($L=3$)

调制方式	功率占比 (带宽 2BT)		
	90%	99%	99.9%
GMSK(BT=0.25)	0.57	0.88	1.12
GMSK(BT=0.3)(GSM)	0.61	0.93	1.16
GMSK(BT=0.5)	0.69	1.05	1.38
CPM-GAUSS(BT=0.25)	0.61	0.92	1.17
CPM-GAUSS(BT=0.3)	0.66	1.01	1.28
CPM-GAUSS(BT=0.5)	0.81	1.29	2.51
CPM-PSWF($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.51	0.78	1.10
CPM-PSWF($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.58	0.88	1.13
CPM-PSWF($c=8 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.68	1.02	1.32

表 4 全响应下的 CPM-PSWF 对应功率百分比占用带宽

调制方式	功率占比 (带宽 2BT)		
	90%	99%	99.9%
CPM-PSWF($c=2 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.84	1.32	2.43
CPM-PSWF($c=3 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.88	1.78	2.68
CPM-PSWF($c=4 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.92	2.16	2.87
CPM-PSWF($c=5 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.96	2.33	3.14
CPM-PSWF($c=6 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	0.98	2.46	3.45
CPM-PSWF($c=7 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	1.00	2.56	4.04
CPM-PSWF($c=8 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	1.01	2.63	4.28
CPM-PSWF($c=9 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	1.03	2.69	4.42
CPM-PSWF($c=10 \text{ Hz}\cdot\text{s}$)	1.05	2.76	4.54

图 14 是 CPM-PSWF 与 GMSK 信号功率百分比曲线。在相同功率百分比情况下, CPM-PSWF



($c=2\text{ Hz}\cdot\text{s}$) 调制信号要比 GMSK 调制信号占用带宽小, 而占用带宽从小到大依次为: CPM-PSWF ($c=2\text{ Hz}\cdot\text{s}$)、GMSK ($BT=0.25$)、CPM-PSWF ($c=4\text{ Hz}\cdot\text{s}$)、GMSK ($BT=0.3$)、GMSK ($BT=0.5$), 具体不同调制方式、不同百分比占用带宽数值详见表 3。

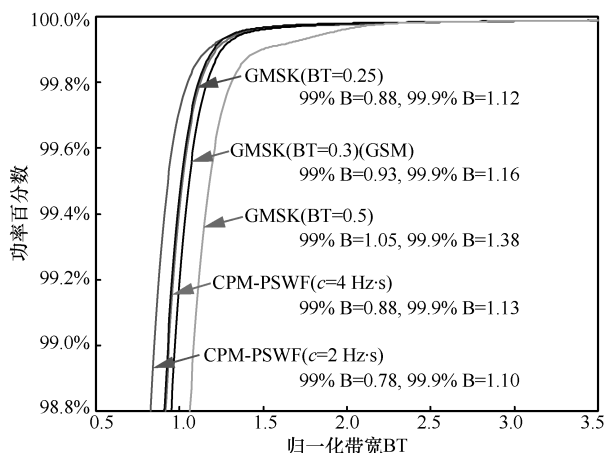


图 14 CPM-PSWF 与 GMSK 信号功率百分比

由表 2、表 3 可知, 当 0 阶 PSWF 时间带宽积为 $2\text{ Hz}\cdot\text{s}$ 时, CPM-PSWF 调制信号占 99.9% 功率带宽为 2.43 Hz , 而 MSK 和 SFSK 调制信号占 99.9% 功率带宽分别为 2.78 Hz 和 2.91 Hz ; 在部分响应条件下, 通过设置时间带宽积参数, 在相同功率百分比情况下, CPM-PSWF 调制信号占用带宽也可以小于 GMSK 和 CPM-GAUSS。这充分证明了 PSWF 信号的时频能量聚集性要高于矩形脉冲和升余弦脉冲信号或高斯脉冲、类高斯脉冲, 尤其是当 0 阶 PSWF 的时间带宽积 c 为 $2\text{ Hz}\cdot\text{s}$ 时, CPM-PSWF 调制信号频谱性能 (带外衰减、高频滚降、占用带宽) 可以是较优的, 换言之, CPM-PSWF 信号在给定相同带宽条件下, 可以具有较高的频带利用率和频谱效率。相同参数条件下, 随着 0 阶 PSWF 时间带宽积的增加, 相同功率百分比 CPM-PSWF 调制信号占用带宽呈现逐渐变大的趋势, 这与 PSWF 的本身信号产生特性是相一致的。

表 4 给出了不同 PSWF 时间带宽积条件下, CPM-PSWF 在给定功率百分比情况下占用的双边带宽值。随着 PSWF 时间带宽积 c 的增加, CPM-PSWF 调制信号在相同功率占比情况下, 占用带宽越宽; 时间带宽积 c 越小, 占用带宽越小; 且结合图 5、图 8 可知, 随着 PSWF 时间带宽积 c 增大, CPM-PSWF 调制信号的频谱旁瓣衰减减慢, -40 dB 以上高频滚降越慢; 所以 PSWF 时间带宽积越小, CPM-PSWF 信号频谱性能越好, 这也为研究参数最优条件下的 CPM-PSWF 信号提供了参考依据。这些 CPM-PSWF 信号随参数变化特性也与 PSWF 信号本身基础特性相关, 且与 PSWF 信号数值产生时, 本身随时间带宽积增大, 时宽一定时, 相应的调制信号带宽变大也是相一致的。

5 结束语

本文探索性地将椭圆球面波信号应用于连续相位调制技术, 提出了一种基于椭圆球面波信号的连续相位调制方法, 利用具有最佳时频能量聚集性、时间带宽积灵活可控等优良基础特性的 PSWF 信号, 作为 CPM 基带调频脉冲信号, 通过改变 PSWF 信号的时间带宽积参数大小, 在给定功率百分比条件下, 可以获得优于 MSK、SFSK、CPM-GAUSS、GMSK 等 CPM 信号的频谱性能。数值计算结果表明, 当 0 阶 PSWF 的时间带宽积为 $2\text{ Hz}\cdot\text{s}$ 情况下, CPM-PSWF 调制信号频谱具有带外高频滚降、旁瓣衰减较快, 占用带宽较小、相对带外功率较低、相同带宽条件下频带利用率较高等特点。如何利用 PSWF 的求解与产生方法, 在小时间带宽积条件下, 通过设置 PSWF 阶数、调制指数、关联长度、进制数等不同参数, 获得基于最优参数 CPM-PSWF 调制信号是下一步需要研究的内容。

参考文献:

- [1] AULIN T, SUNDBERG C E. Continuous phase modula-

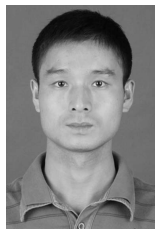
- tion-part I: full response signaling[J]. IEEE Transactions on Communications, 1981, 29(3): 196-209.
- [2] AULIN T, RYDBECK N, SUNDBERG C E. Continuous phase modulation-part II: partial response signaling[J]. IEEE Transactions on Communications, 1981, 29(3): 210-225.
 - [3] PROAKIS J G, SALEHI M. 数字通信(第五版)[M]. 张力军, 张宗橙, 宋荣方, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2017: 83-90. PROAKIS J G, SALEHI M. Digital communications (fifth edition)[M]. Translated by ZHANG L J, ZHANG Z C, SONG R F, et al. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017: 83-90.
 - [4] PEROTTI A G, KHORMUJI M N, POPOVIC B M. Simultaneous wireless information and power transfer by continuous phase modulation[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(6): 1294-1298.
 - [5] WANG Y, WANG Y P. Research on the system performance of Gaussian minimum-shift keying with M-distribution in satellite-to-ground laser communication[J]. Optics Communications, 2020, 459(3): 1-6.
 - [6] PAN X C, LIU C, ZHU J Q. Phase retrieval with extended field of view based on continuous phase modulation[J]. Ultramicroscopy, 2019, 204(5): 10-17.
 - [7] CHANRYEOL R, SEHYUN P, HYUNGSUK L. Optimal rate for continuous phase modulation in standing surface acoustic waves[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2019, 33(8): 3819-3829.
 - [8] ZAIDI, YASEEN, VAN Z, et al. A GMSK VHF-uplink/UHF-downlink transceiver for the CubeSat missions[J]. CEAS Space Journal, 2018, 10(3): 453-467.
 - [9] XIONG F Q. Digital modulation techniques (second edition)[M]. Boston: Artech House, INC, 2006: 271-358.
 - [10] ZAHNG J, LI H Y, WANG L L. Ball prolate spheroidal wave functions in arbitrary dimensions[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2018, 48(2): 1-31.
 - [11] MOUMNI T. Solution of the energy concentration problem and application[J]. Afrika Matematika, 2018, 29(5): 929-938.
 - [12] MAHATA K, HYDER M M. Frequency estimation from arbitrary time sample[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2016, 64(21): 5634-5643.
 - [13] 王红星, 陆发平, 刘传辉, 等. 严格奇偶对称的椭圆球面波函数信号构建与低复杂度检测方法[J]. 中国科学: 信息科学, 2020, 50(5): 766-776.
WANG H X, LU F P, LIU C H, et al. Strict parity symmetric prolate spheroidal wave functions signal construction and low complexity detection method[J]. Sci Sin Infom, 2020, 50(5): 766-776.
 - [14] BOULSANE M, JAMING P, SOUABNI A. Mean convergence of prolate spheroidal series and their extensions[J]. Journal of Functional Analysis, 2019, 277(12): 1-41.
 - [15] ZOU C, KOU K I. Robust signal recovery using the prolate spherical wave functions and maximum correntropy criterion[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 104(5): 279-289.
 - [16] 陶纯堪, 陶纯匡. 光学信息论[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 1-13. TAO C K, TAO C K. Optical information theory[M]. Beijing: Science Press, 1999: 1-13.
 - [17] DULLAERT W, ROGIER H, BOEYKENS F. Advantages of PSWF-based model for UWB systems[C]//Proceedings of IEEE-APS Topical Conference on Antennas and Propagation in Wireless Communications (APWC). Piscataway: IEEE Press, 2012: 1024-1027.
 - [18] OSIPOV A, ROKHLIN V, XIAO H. Prolate spheroidal wave functions of order zero[M]. New York: Springer Science Business Media, 2013: 5-30.
 - [19] DUROZOI C U, POUILLIAT C, THOMAS N, et al. Minimal state non-coherent symbol MAP detection of continuous phase modulations[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(10): 2008-2011.
 - [20] 邹胜福, 陶建军, 胡飞. 连续相位调制(CPM)系统的参数选择研究[J]. 通信技术, 2017, 50(2): 224-231.
ZOU S F, TAO J J, HU F. Parameters selection of continuous phase modulation system[J]. Communications Technology, 2017, 50(2): 224-231.
 - [21] 刘翠海, 魏冉, 周航程. 连续相位调制通信系统性能分析及仿真实现[J]. 舰船电子工程, 2018, 38(10): 93-97.
LIU C H, WEI R, ZHOU H C. Performance analysis and simulation implementation of continuous phase modulation system[J]. Ship Electronic Engineering, 2018, 38(10): 93-97.
 - [22] XUE R, SUN Y B, ZHAO D F. CPM signals for satellite navigation in the S and C bands[J]. Sensors, 2015, 15(6): 13184-13200.
 - [23] CHAYOT R, THONMAS N, POUILLIAT C, et al. A new exact low-complexity MMSE equalizer for continuous phase modulation[J]. IEEE Communication Letters, 2018, 22(11): 2218-2221.
 - [24] REZAIE S, MOHAMMADI A, AFRASHTEH N, et al. Realization of constant envelope OFDM using quantization and CPM technique[J]. International Journal of Electronics Communications, 2017, 80(7): 172-178.
 - [25] FARES H, GLATTLI D C, LOUET Y, et al. Power spectrum density of single side band CPM using lorentzian frequency pulses[J]. IEEE Wireless Communications Letter, 2017, 6(6): 786-789.
 - [26] 王式林, 徐友云, 蔡云飞. 现代数字调制及其应用(上)[M]. 北京: 人民邮电出版社. 2015: 1-14.
WANG S L, XU Y Y, CAI Y F. Modern digital modulation and



its application (volume 1)[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2015: 1-14.

- [27] ZHU Z, WAKIN M B. Approximating sampled sinusoids and multiband signals using multiband modulated DPSS dictionaries[J]. Journal of Fourier Analysis & Applications, 2017, 23(6): 1263-1310.

[作者简介]



杨大伟（1988- ），男，海军航空大学博士生，主要研究方向为非正弦波通信、连续相位调制。



刘传辉（1984- ），男，博士，海军航空大学讲师，主要研究方向为现代通信系统、非正弦波通信。



康家方（1987- ），男，博士，海军航空大学讲师，主要研究方向为卫星导航信号设计、扩频通信等。